

Série N°:16

(Trigonométrie)

EXERCICE N°1 :**I)** Sans utiliser la calculatrice, calculer :

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{14}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{14}\right)$$

$$B = \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cot\left(\frac{\pi}{8}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \cot\left(\frac{3\pi}{8}\right)$$

II) Sans utiliser la calculatrice, calculer :

$$E = \cos\left(\frac{\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{10\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{12\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{14\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{16\pi}{17}\right)$$

$$F = \cos^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin^2\left(\frac{6\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{5}\right)$$

III) On sait que $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{4}$, calculer $\sin x$, $\tan x$ et $\cot x$.**EXERCICE N°2 :**Soit x un réel tel que : $\sin x = \frac{4}{5}$ et $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 1/ Calculer : $\cos x$, $\sin(\pi - x)$, $\cos(\pi - x)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.2/ En déduire la valeur de l'expression : $A = \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ **EXERCICE N°3 :****I)** Soit $A = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$ 1/ Déterminer les réels x de $[0, \pi]$ pour lesquels A existe.2/ Simplifier l'expression de A puis Trouver les réels x de $]0, \pi[$ tels que : $A = \frac{8}{3}$ **II)** Soit $x \in [0, \pi]$ 1/ Montrer que : $(\cos x + \sin x - 1)(\cos x + \sin x + 1) = 2\sin x \cdot \cos x$.2/ Résoudre alors : $(\cos x + \sin x - 1)(\cos x + \sin x + 1) = 0$ **III)** Montrer les égalités suivantes :

1/ $4\sin^2 x + 3\cos^2 x = (2 - \cos x)(2 + \cos x)$

2/ $\cos^4 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin^4 x = 1$

3/ $\frac{\cos^8 x - \sin^8 x}{\cos^4 x + \sin^4 x} = \cos^2 x - \sin^2 x$

IV) Simplifier : $\cos^4(3 - 2\cos^2 x) + \sin^4(3 - 2\sin^2 x)$ **EXERCICE N°4 :****I)** Résoudre dans $[0, \pi]$

1/ $(2\cos x - 1)(2\sin x - 5) = 0$

2/ $(1 + \cos x)(4\sin^2 x - 1) = 0$

3/ $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

4/ $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + \sqrt{3} = 0$

II) Sachant que $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ calculer $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$; $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

EXERCICE N°5 :

Soit la fonction f définie sur $[0, \pi]$, par $f(x) = -2\cos^2x + \sin x - 1$

1/ Calculer $f(\pi)$, $f(\frac{\pi}{3})$ et $f(\frac{\pi}{4})$

2/ a- Montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$, $f(\pi - x) = f(x)$.

b- Calculer $f(\frac{3\pi}{4})$ et $f(\frac{5\pi}{6})$

3/ Montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$; $f(x) = 2\sin^2x + \sin x - 3$.

4/ a- Résoudre dans $[0, \pi]$; l'équation $f(x) = 0$.

b- Factoriser l'expression de $f(x)$.

c- En déduire que pour tout $x \in [0, \pi]$; $f(x) \leq 0$.

EXERCICE N°6 :

I) Soit ABC un triangle tel que : $AB = 7$, $AC = 9$ et $\hat{A} = 60^\circ$, calculer l'aire de ce triangle.

II) Soit ABC un triangle tel que : $AB = 8$, $AC = 7$ et $\hat{A} = 120^\circ$.

a- Calculer BC.

b- calculer l'aire de ce triangle.

III) Dans un triangle rectangle en A, on a : $AB = 3$ et $AC = 4$.

Calculer BC, AH, BH et CH où h est le pied de la hauteur issue de A.

EXERCICE N°7 :

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 5$, $AC = 8$ et $BC = 7$.

1/ A l'aide du théorème d'ELKASHI, montrer que , $\cos \hat{A} = \frac{1}{2}$ puis déduire \hat{A} .

2/ Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB). Calculer CH puis BH.

3/ Calculer l'aire S du triangle ABC.

4/ Déterminer le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC.

EXERCICE N°8 :

Soit ABC un triangle tel que : $\hat{BAC} = \frac{\pi}{4}$, $AC = 3\sqrt{2}$ et $BC = 6$

1/ a- Calculer : $\sin \hat{ABC}$

b- Montrer que : $\hat{ABC} = \frac{\pi}{6}$, et calculer \hat{ACB} en radians.

2/ Soit [CH] la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

a- Calculer BH, AH et AB.

b- En déduire la valeur de $\cos(\frac{7\pi}{12})$